

令和7年度（前期日程）
入学者選抜学力検査問題

数 学

（120 分）

〔注意事項〕

1. 監督者の指示があるまで、問題冊子（この冊子）を開いてはいけません。
2. 解答用紙には受験番号を記入する欄がそれぞれ2箇所ずつあります。監督者の指示に従って、すべての解答用紙（合計4枚）の受験番号記入欄（合計8箇所）に受験番号を記入しなさい。
3. 解答は、問題番号に対応する解答用紙の指定された場所を書きなさい。解答を解答用紙の裏面に書いてはいけません。
4. 問題は全部で4問あり、2ページにわたって印刷されています。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手をあげて監督者に知らせなさい。
5. 問題冊子の白紙と余白は、下書きなどに使用してもよろしい。
6. 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子と下書用紙は、持ち帰りなさい。

問題 1 2 3 4 のそれぞれに対する配点率は同一である。

1 a は $0 < a < 1$ を満たす実数とする。 x の関数

$$f(x) = e^{-3x} - (1 + 2a)e^{-2x} + (2a + a^2)e^{-x} \quad (x \geq 0)$$

を考える。

- (1) 導関数 $f'(x)$ ($x > 0$) を求めよ。また、方程式 $f'(x) = 0$ の解を $x > 0$ の範囲ですべて求めよ。
- (2) $f(x)$ の最大値を求めよ。また、 $f(x)$ が最小値をもたないような a の値の範囲を求めよ。
- (3) $f(x)$ の最大値を与える x のうち、最小のものを x_1 で表し、最大のものを x_2 で表す。

$a = \frac{1}{2}$ のとき、定積分 $\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$ を求めよ。

2 自然数 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し、 xy 平面内に点 A_n と点 B_n がある。 B_n は x 軸上にあり、 B_n の x 座標は n である。 A_n の y 座標は正であり、線分 $A_n B_n$ は x 軸と垂直である。四角形 $A_n B_n B_{n+1} A_{n+1}$ の面積は、三角形 $B_{n+1} B_{n+2} A_{n+2}$ の面積の 2 倍である。 A_n の y 座標を a_n とする。 p と q を正の実数とし、 $a_1 = p$, $a_2 = q$ であるとする。

- (1) 数列 $\{b_n\}$ を、 $b_n = a_{n+1} - a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) により定める。 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) 数列 $\{c_n\}$ を、 $c_n = (-2)^n a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) により定める。 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。また、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

(以下余白)

[前期]

3 i は虚数単位とする。

- (1) 実数 A と正の実数 R に対して、 $R(\cos A + i \sin A) = w^2$ を満たす複素数 w をすべて求めよ。
- (2) z は 0 でない複素数とし、 z の絶対値と偏角はそれぞれ r と θ であるとする。ただし、 $0 \leq \theta < 2\pi$ であるとする。 z が複素数平面を方程式 $|z + 1 - \sqrt{3}i| = 2$ を満たしながら動く。このとき、 r を θ の関数として表し、 θ のとり得る値の範囲を求めよ。また、 θ 軸と r 軸を座標軸とする座標平面において、この関数のグラフと θ 軸とで囲まれる部分を D とする。 D を θ 軸のまわりに一回転してできる立体の体積 V を求めよ。

4

n は 3 以上の整数とする。サイコロを n 回投げて、出た目を順に $A_1, A_2, \dots, A_n$ で表す。 A_1 と A_2 のうち、最大の値を X で表す。さらに、 $A_2, A_3, \dots, A_n$ のうち、最大の値と最小の値をそれぞれ Y と Z で表す。

- (1) $X = 6$ かつ $Y = 6$ となる確率 p_1 を求めよ。
- (2) $X = 6$ かつ $Z = 1$ となる確率 p_2 を求めよ。
- (3) $X = 6$ かつ $Y = 6$ かつ $Z = 1$ となる確率 p_3 を求めよ。

(問題終了)

(以下余白)

[前期]