令和8年度（令和8年4月入学）
博士前期課程（修士課程）一般入試（第Ⅰ期）
機械物理学専攻
機械設計学専攻

数　　　学　（90分）

〔注意事項〕

1. 監督者の指示があるまで，問題冊子（この冊子）を開いてはいけません。

2. 配布物は，この問題冊子1部，解答用紙3枚と計算用紙1枚です。

3. **解答用紙には志望専攻名，受験番号を記入する欄がそれぞれ1箇所ずつあります。監督者の指示に従って，すべての解答用紙（合計3枚）の志望専攻名欄と受験番号欄に志望専攻名と受験番号を記入しなさい。**

4. **解答は，問題番号に対応する解答用紙の指定された場所に書きなさい。解答を解答用紙の裏面に書いてはいけません。解答用紙，計算用紙の追加，交換はしません。**

5. **問題は全部で3問あり，2ページにわたって印刷されています。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば，手をあげて監督者に知らせなさい。**

6. 問題冊子の白紙と余白は，計算などに使用してもよろしい。

7. **解答用紙は，持ち帰ってはいけません。**

8. 問題冊子と計算用紙は，持ち帰りなさい。

1 自然数 n に対し，$\mathbb{R}^n$ は実 n 次数ベクトル空間であるとする。

(1) s を実数とする。$\mathbb{R}^4$ のベクトル

$$\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix}1\\2\\1\\-3\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}1\\-1\\0\\1\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{c}=\begin{pmatrix}2\\0\\1\\-1\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{p}=\begin{pmatrix}-2\\7\\1\\s\end{pmatrix}$$

を考える。$\boldsymbol{p}$ が 3 つのベクトル $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ の一次結合で表されるような s の値を求め，$\boldsymbol{p}$ を $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ の一次結合で表せ。

(2) 実 3 次正方行列

$$A=\begin{pmatrix}-3&1&1\\-4&1&2\\-2&1&0\end{pmatrix}$$

と，$\mathbb{R}^3$ の一次変換 $T_A(\boldsymbol{x})=A\boldsymbol{x}\quad(\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}^3)$ を考える。また，E は 3 次単位行列を表す。

(a) T_A の固有値をすべて求めよ。

(b) T_A の固有値のうちから 1 つを選び，その固有値に属する T_A の固有ベクトルをすべて求めよ。

(c) t を実数とする。実 3 次正方行列 $A^{2026}-tE$ が正則であるような t の値の範囲を求めよ。

2 (1) 極限 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}-2x}{3\sin x-\sin 3x}$ を求めよ。

(2) 関数 $f(x,y)=x^2-2xy+y^3$ を考える。$x=2$ の近くで定義された C^2 級の実数値関数 $\varphi(x)$ は

$$f(x,\varphi(x))=4$$

を満たし，$x=2$ で極値をとるとする。このとき，$\varphi(2)$ の値を求めよ。また，$\varphi(x)$ が $x=2$ で極大であるか，極小であるかを調べよ。

3　σ, s, t は実数であり，$\sigma > 0$, $s \leqq 0$ とする。重積分

$$I = \iint_{\mathbb{R}^2} \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2} + s\frac{(x-y)^2}{2} + t\frac{x+y}{2} \right) dxdy$$

を考える。ただし，$\exp(u) = e^u$ $(u \in \mathbb{R})$ である。

(1)　変数変換 $X = x + y$, $Y = x - y$ により，I を二変数 X, Y の関数の重積分で表せ。

(2)　I の値を求めよ。必要ならば，等式

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (a > 0)$$

を用いてよい。

（以上）

令和８年度　大学院工芸科学研究科博士前期課程（修士課程）

一般入試第Ⅰ期

入学試験学力検査問題

機械物理学専攻
機械設計学専攻

専門科目

注　意

（１）問題番号［１］～［８］の中から４問を選択すること。選択した問題番号を解答用紙左上の［　］に必ず記入し、その問題番号の解答を解答用紙に記入すること。

（２）解答用紙には、受験番号、問題番号と解答のみを記入すること。その他のことを記入してあるものは無効とする。

（３）解答を解答用紙裏面に書かないこと。

令和７年８月20日

［1］　図１－１に示すように，自重が無視できる長さ L の両端支持はりがある．はりの左端を原点にとり，原点から右端の方向を x の正方向，原点から鉛直下向きを y の正方向にとる．このはり全体に鉛直下向きに分布荷重 $W(x) = \frac{W_0}{L}x$ を作用させた．このとき，以下の問いに答えなさい．

(1) 左端および右端における反力の大きさをそれぞれ求めなさい．
(2) はりに生じるせん断力 $Q(x)$を求めなさい．また，$Q(x)$が 0 となる x の値を求めなさい．
(3) はりに生じる曲げモーメント $M(x)$を求めなさい．$M(x)$の大きさは，$x = 0$ から単調増加し，最大値に達したのち単調減少する．この最大値も求めなさい．
(4) このはりの縦弾性係数を E，断面二次モーメントを I とするとき，はりのたわみ $y(x)$を求めなさい．

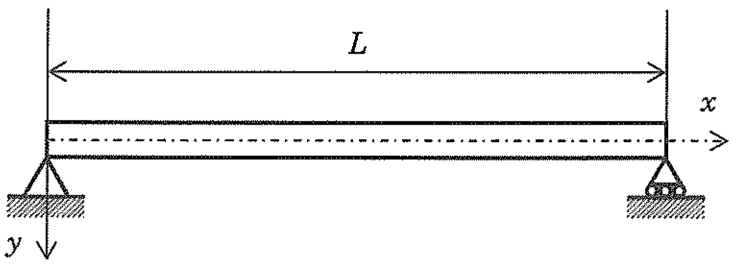

図１－１

［2］　図２－１に示すようなエアタンクを考える．このエアタンクには円筒部と半球部で構成される縦弾性係数 E, ポアソン比 ν の鋼製の薄肉圧力容器が備えられている．この薄肉圧力容器の中心軸を通る断面を図２－２に示す．鉛直上向きに z 軸をとり，円筒部の長さを L，円筒部および半球部の内径を $2r_0$，壁厚を h とし，圧力容器に内圧 p が作用するとき，以下の問いに答えなさい．ただし，半径方向の応力は無視してよい．また，円筒部に生じる応力およびひずみはそれぞれ一様であるとみなしてよい．

(1) 円筒部に生じる円周方向応力 σ_t が次式で表されることを示しなさい．

$$\sigma_t = \frac{pr_0}{h}$$

(2) 円筒部に生じる軸方向応力 σ_z を求めなさい．

(3) 円筒部に生じる軸方向のひずみ ε_z を求めなさい．

(4) 円筒部に生じる円周方向のひずみ ε_t を求めなさい．

(5) この圧力容器で 0.80 MPa の圧縮空気を貯蔵したい．圧力容器の内径および円筒部の長さがそれぞれ 0.50 m および 0.75 m であり，許容応力が 0.10 GPa であるとき，圧力容器に破損を生じさせないためには壁厚の寸法を何 mm より大きくすればよいか求めなさい．ただし，円筒部に生じる最大主応力が許容応力に達したときに破損に至るものとする．

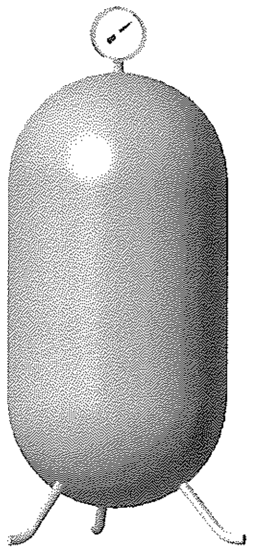

図２－１

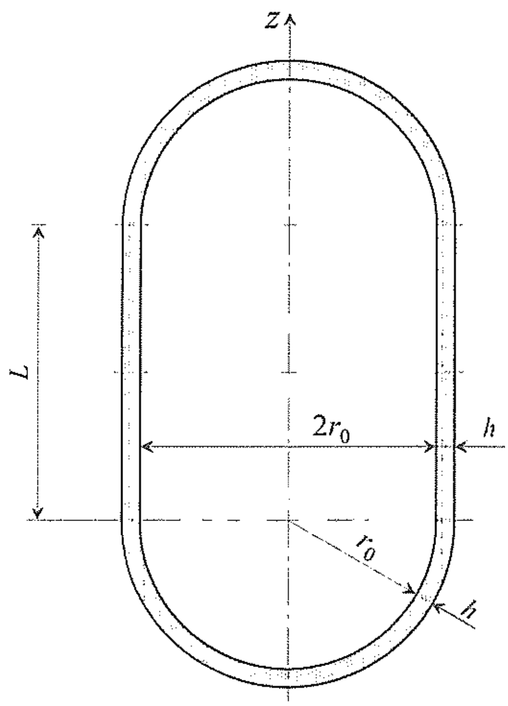

図２－２

［3］　図３－１に示す直交した２本の棒の先端に質点が取り付けられた回転体を考える．この回転体は，棒の交点が点 O にピン止めされており，自由に回転することができる．棒の質量および慣性モーメントは無視できるものとし，OB，OD の長さはどちらも L であり，OA，OC の長さはそれぞれ $2\alpha L$ および $2(1-\alpha)L$，先端に取り付けられたすべての質点の質量はそれぞれ m であるとする．ただし，α は $0 < \alpha \leq 1$ の範囲にある実定数である．また，回転体の回転角 $\theta(t)$ は時刻 t における x 軸と OB との間の角（反時計回りを正）であるとし，ピンと回転体との間には粘性減衰によるモーメント $\mu\dot{\theta}(t)$ が作用するものとする．ただし，μ は正の実定数である．重力は，y 軸負方向に作用するものとし，重力加速度を g で表すものとする．ただし，$\theta(0) = \theta_0$，$\dot{\theta}(0) = 0$ であるとし，$|\theta_0|$ は微小であるとする．この回転体に関する以下の問いに答えなさい．

(1) 点 O 周りの回転体の慣性モーメント J を求めなさい．

(2) 回転体の質点 A が x 軸より下になった姿勢で振動可能な場合の α の範囲を示しなさい．

(3) 質点 A が x 軸より下になって振動可能かつ回転角 $\theta(t)$ が微小であると仮定した場合，回転体の運動方程式を導きなさい．

(4) 問 (3) で求めた運動方程式に基づいて，この回転体の固有円振動数 ω_n および減衰比 ζ を示しなさい．

(5) $\alpha = 1$ が与えられているとき，この回転体の運動が減衰振動となる μ の範囲を示しなさい．

(6) $\alpha = 1$ としたとき，回転体の運動 $\theta(t)$ を求めなさい．ただし，$0 < \zeta < 1$ であるとする．

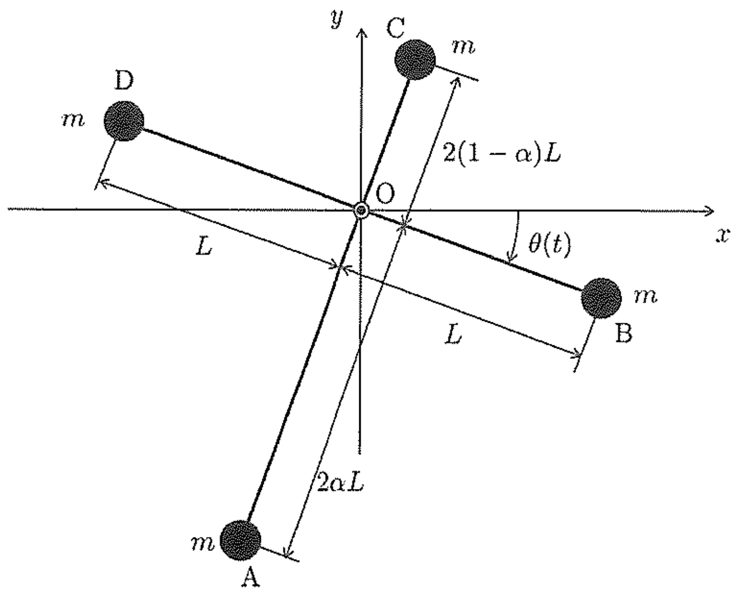

図３－１

［4］　機械から基礎に伝達される力を低減するために，図４－１に示すように，機械を並列に配置されたダッシュポットと二つのばねによって支持している．機械には，一定振幅 F，円振動数 ω の正弦波外力 f が上下方向に作用する．ここで，機械の質量を m，ばね定数を k，減衰係数を c とし，機械の上下方向の平衡点からの変位を x とするとき，以下の問いに答えなさい．

(1) 図４－１の系の運動方程式を求めなさい．

(2) 図４－１の系の固有円振動数 ω_n および減衰比 ζ を求めなさい．

(3) ばねとダッシュポットを通して基礎へ伝達される力の振幅を F_T とするとき，正弦波外力に対する伝達力の振幅比F_T/Fを　m，c，k，ωの中から必要なものを用いて表しなさい．

(4) 正弦波外力の円振動数 ω が機械の固有円振動数 ω_n に一致するときの振幅比F_T/Fを m，c，k，ω の中から必要なものを用いて表しなさい．

(5) 振幅比F_T/Fが 1 となる正弦波外力の円振動数 ω をm，c，k の中から必要なものを用いて表しなさい．

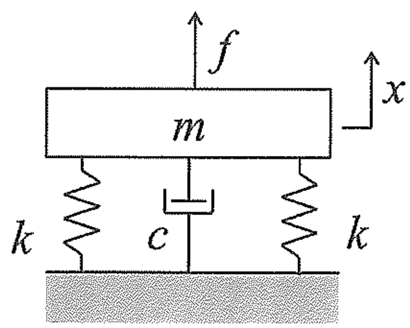

図４－１

［５］　理想気体とする空気を充填した容積V_1の容器を考える．図５－１のように，この容器から，絞りを通して外気中に空気を排出する．絞りを流れる空気について考える．ここでは，絞りは断熱系であり，絞りを通過する空気の流れは定常であり，外に対して仕事をしないとする．また，流体の運動エネルギーと位置エネルギーの変化は無視する．絞りの下流では空気の圧力は上流の圧力に対して減少した．

(1) 絞りの下流の空気のエンタルピーは上流の空気のエンタルピーに対して，
$\boxed{\text{増加する／変化しない／減少する}}$．$\boxed{}$ の選択肢から答えを選びなさい．

(2) 絞りの下流の空気の温度は上流の温度に対して，
$\boxed{\text{上昇する／変化しない／低下する}}$．$\boxed{}$ の選択肢から答えを選びなさい．

容器内の空気の圧力が低下して，空気の質量はm_1，圧力はp_1，温度はT_1となった．そこで，圧力を増加させる方法として，(a) 容器を加熱する方法，(b) ピストンを用いて可逆断熱圧縮する方法，(c) 外から空気を容器に充填する方法を考える．以下の問いに答えなさい．なお，空気を理想気体とし，気体定数をR，比熱比をκ (> 0)とし，比熱容量は温度に依存しないものとする．

(3) 密閉した容器を加熱して容器内の空気の圧力を$5p_1$とした．このとき，圧力が増加した後の容器内の空気の温度を$T_{2,\mathrm{a}}$とする．$T_{2,\mathrm{a}}$をT_1，R，κ の中から必要なものを用いて求めなさい．

(4) 図５－２のように，容器の底部がピストンとして稼働できるとする．そのピストンにより可逆断熱圧縮により容器内の空気の圧力を$5p_1$とした．このとき，圧力が増加した後の容器内の空気の温度を$T_{2,\mathrm{b}}$とする．$T_{2,\mathrm{b}}$をT_1，R，κ の中から必要なものを用いて求めなさい．

図５－３のように，断熱条件下において外から容器内と同じ空気で，温度がT_1の空気を質量m_{in}だけ容器に充填することで，容器内の空気の圧力を$5p_1$とした．

(5) 比内部エネルギーをu，比エンタルピーをh，空気の質量を m とし，充填前の容器の状態を表す添え字を 1，流入空気の状態を表す添え字を in，充填後の状態を表す添え字を 2 とするとき，u, h, m を用いてエネルギー保存式を求めなさい．

(6) 外から容器に充填した空気の質量m_{in}を m_1とκ を用いて求めなさい．

(7) 充填後の容器内の空気の温度を$T_{2,\mathrm{c}}$とする．$T_{2,\mathrm{c}}$を T_1とκ を用いて求めなさい．

(8) (a) 容器を加熱する方法における温度$T_{2,\mathrm{a}}$，(b) 可逆断熱圧縮する方法における温度$T_{2,\mathrm{b}}$，(c) 外から容器に空気を充填する方法における温度$T_{2,\mathrm{c}}$，の中で最も高いものを答えなさい．

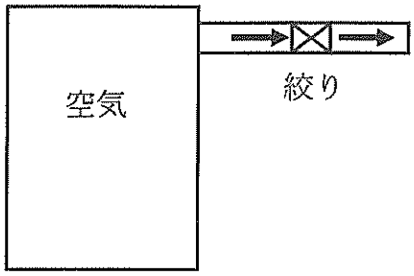

図５－１

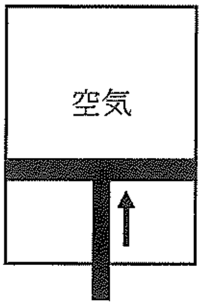

図５－２

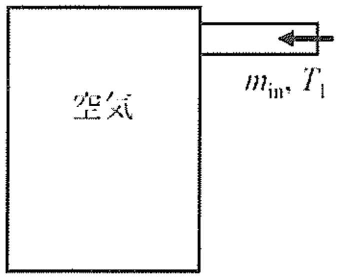

図５－３

［６］　図６－１のような水を作動流体とする理想的なランキンサイクルを考える．図中の数字（1～4）は作動流体の状態を示しており，サイクルは以下の４つの可逆過程で構成される．

状態 1→2：給水ポンプで可逆断熱圧縮を行い，飽和液を圧縮液にする．
状態 2→3：ボイラで等圧加熱を行い，圧縮液を過熱蒸気にする．
状態 3→4：蒸気タービンで可逆断熱膨張を行い，過熱蒸気を湿り蒸気にする．
状態 4→1：復水器で等圧冷却を行い，湿り蒸気を飽和液にする．

状態 3 における過熱蒸気の比エンタルピーを h_3，比エントロピーを s_3 とする．また，状態 4 の圧力における飽和液の比エンタルピーを h'_4，比エントロピーを s'_4，乾き飽和蒸気の比エンタルピーを h''_4，比エントロピーを s''_4 とする．このとき，以下の問いに答えなさい．ただし，給水ポンプの仕事は無視できるものとする．

(1) サイクルの T–s 線図（T：温度，s：比エントロピー）を描きなさい．ただし，図中には飽和液線，乾き飽和蒸気線，臨界点を図示し，状態を示す数字（1～4）を記すこと．
(2) 状態 4 における湿り蒸気の乾き度を求めなさい．
(3) 状態 4 における湿り蒸気の比エンタルピーを求めなさい．
(4) 蒸気タービン（状態 3→4）で得られる，作動流体単位質量あたりの仕事を求めなさい．
(5) ボイラ（状態 2→3）における，作動流体単位質量あたりの受熱量を求めなさい．
(6) サイクルの熱効率を求めなさい．
(7) このサイクルについて，ボイラと復水器の圧力を変化させずに，状態 3 の過熱蒸気の温度を高めたとする．このとき，熱効率は高くなるのか，低くなるのか，それとも変化しないのか，理由とともに答えなさい．

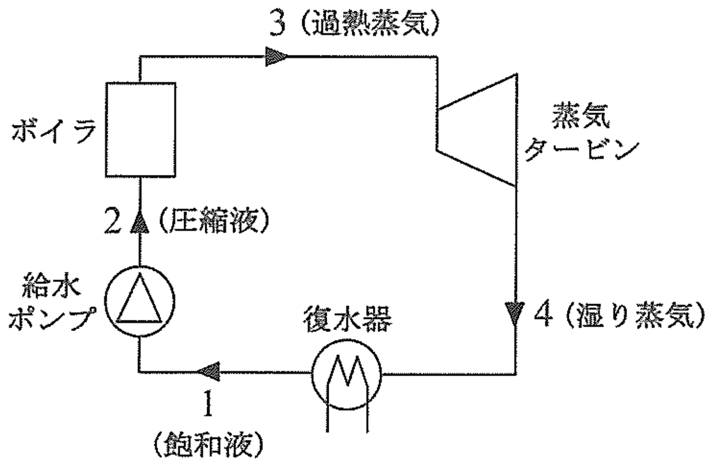

図６－１

［7］　図７－１のような曲がり管内の一次元的な流れを考える．座標軸として，図のように，管の断面①に対して垂直に x 軸を，平行に y 軸をとる．また，管軸は x–y 平面内のみで曲率を有するものとし，管の出口（断面②）における流れの向きと x 軸とのなす角を θ とする．管内には流体が体積流量 Q で流れており，断面②において大気に放出されている．図中の断面①および断面②の断面積をそれぞれ，A，$0.75A$ とし，流体を密度 ρ の理想流体（非粘性かつ非圧縮性）とするとき，以下の問いに答えなさい．ただし，圧力はゲージ圧とし，断面②における圧力はゼロとする．また，摩擦などによるエネルギー損失，および重力の影響は無視できるものとする．

(1) 断面①における断面平均流速を，Q，A を用いて表しなさい．

(2) 断面②における質量流量を，ρ，Q を用いて表しなさい．

(3) 断面①における圧力を，ρ，Q，A を用いて表しなさい．

(4) 断面①から断面②までの領域において，流体が曲がり管に及ぼす x 軸方向の力を，ρ，Q，A，θ を用いて表しなさい．

(5) 断面①から断面②までの領域において，流体が曲がり管に及ぼす y 軸方向の力を，ρ，Q，A，θ を用いて表しなさい．

(6) $\theta = 60°$ のとき，断面①から断面②までの領域において，流体が曲がり管に及ぼす合力の大きさを，ρ，Q，A を用いて表しなさい．

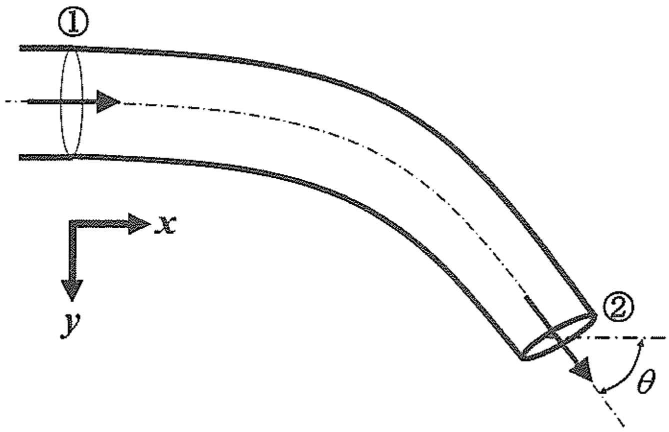

図７－１

［8］　図8－1に示すような，円柱座標系における3次元直円管内の定常な流れを考える．流れ方向に x 軸を，それと垂直に r 軸をとり，流体は非圧縮性粘性流であるとする．$x=0$ において断面に垂直な一様流を与えたとき，$x=L$ において境界層が十分に発達し，そこでの速度プロファイルが次式で与えられたとする．

$$u=-\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dx}\left(r_0^2-r^2\right)$$

ここで，u は流れ方向の速度成分，p は圧力，μは流体の粘性係数，r_0 は円管の内半径である．また，流体の密度をρとし，重力の影響は無視できるものとする．管内における圧力損失の総和が，『粘性摩擦に起因する圧力損失』と『境界層が十分に発達するために必要な圧力損失』の合算により求めることができるとき，以下の問いに答えなさい．

(1) $x=L$ における単位時間あたりの体積流量 Q を求めなさい．ただし，Q は次式で与えられる．

$$Q=\int_0^{r_0}2\pi rudr$$

(2) $x=0$ における一様流の速度が u_0 であったとする．このとき，u を u_0，r_0，r を用いて表しなさい．

(3) 問(2)のとき，$x=0$ における単位時間あたりの流れの運動エネルギー$E_{x=0}$を，ρ，u_0，Q を用いて表しなさい．

(4) 問(2)のとき，$x=L$ における単位時間あたりの流れの運動エネルギー$E_{x=L}$を，ρ，u_0，Q を用いて表しなさい．

(5) 問(3)と問(4)で得られた関係を用いて，境界層が十分に発達するために必要な圧力損失を，ρ，u_0 を用いて表しなさい．

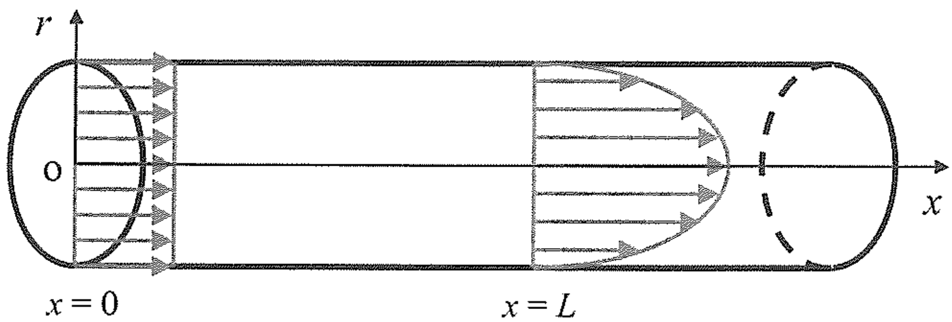

図8－1

令和８年度大学院博士前期課程 (修士課程)
一般入試 (第Ｉ期) 等 (数学) 解答例

解答例は最終結果のみ示す。最終結果の表記は一通りとは限らない。最終結果に至る過程がその根拠とともに示されているかどうかも評価の対象となる。

1 (1) $s=-8,\quad p=3a-b-2c$

(2) (a) 0, −1

(b) 固有値 0 に属する固有ベクトルは $\alpha\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$ (ただし $\alpha\neq 0$ は実数)

(c) $t\neq 0, 1$

2 (1) $\dfrac{1}{12}$

(2) $\varphi(2)=2,\quad \varphi(x)$ は $x=2$ で極大である

3 (1) $\displaystyle \frac{1}{4\pi\sigma^2}\iint_{\mathbb{R}^2}\exp\left(-\frac{X^2+Y^2}{4\sigma^2}+\frac{s}{2}Y^2+\frac{t}{2}X\right)dX\,dY$

(2) $\displaystyle \frac{1}{\sqrt{1-2\sigma^2 s}}\exp\left(\frac{\sigma^2t^2}{4}\right)$

専門科目　解答例

解答例は最終結果のみを示す。これらの最終結果の表記は１通りであるとは限らない。

［１］公開解答例

（１）　左端 $\frac{W_0 L}{6}$，右端 $\frac{W_0 L}{3}$

（２）　$Q(x) = \frac{W_0 L}{6} - \frac{W_0}{2L}x^2$，$x = \frac{L}{\sqrt{3}}$

（３）　$M(x) = \frac{W_0 L}{6}x - \frac{W_0}{6L}x^3$，最大値は $\frac{\sqrt{3}}{27}W_0 L^2$

（４）　$y(x) = \frac{W_0}{360EIL}(3x^5 - 10L^2x^3 + 7L^4x)$

[2]

【解答（公開用）】

(1) 略

(2) $\sigma_z = \frac{pr_0}{2h}$

(3) $\varepsilon_z = \frac{pr_0}{2hE}(1-2\nu)$

(4) $\varepsilon_t = \frac{pr_0}{2hE}(2-\nu)$

(5) 2.0 mm

解答例

［3］

（1）

$$J = 2(4\alpha^2 - 4\alpha + 3)mL^2$$

（2）

$$\frac{1}{2} < \alpha \leq 1$$

（3）

$$2(4\alpha^2 - 4\alpha + 3)mL^2\ddot{\theta}(t) + \mu\dot{\theta}(t) + (4\alpha - 2)mgL\theta(t) = 0$$

（4）

$$\omega_n = \sqrt{\frac{2\alpha - 1}{4\alpha^2 - 4\alpha + 3} \cdot \frac{g}{L}}$$

$$\zeta = \frac{\mu}{4mL\sqrt{(4\alpha^4 - 4\alpha + 3)(2\alpha - 1)gL}}$$

（5）

$$0 < \mu < 4mL\sqrt{3gL}$$

（6）

$$\theta(t) = \sqrt{\frac{1}{1-\zeta^2}}\theta_0\, e^{-\zeta\omega_n t}\, \sin(\omega_d t + \phi)$$

ただし，

$$\omega_d = \sqrt{\frac{(1-\zeta^2)g}{3L}}$$

$$\zeta = \frac{\mu}{4mL\sqrt{3gL}}$$

$$\phi = \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$$

［4］　【解答例】

(1)

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + 2kx = f$$

(2)

$$\omega_n = \sqrt{\frac{2k}{m}}, \zeta = \frac{c}{2\sqrt{2mk}}$$

(3)

$$\frac{F_T}{F} = \sqrt{\frac{4k^2 + (c\omega)^2}{(2k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}}$$

(4)

$$\frac{F_T}{F} = \sqrt{1 + \frac{2mk}{c^2}}$$

(5)

$$\omega = 0, 2\sqrt{\frac{k}{m}}$$

大学院入試　専門科目　問題［5］

解答例

(1) 変化しない

(2) 変化しない

(3) $T_{2,\mathrm{a}} = 5T_1$

(4) $T_{2,\mathrm{b}} = 5^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}T_1$

(5) $m_2 u_2 - m_1 u_1 - m_{\mathrm{in}} h_{\mathrm{in}} = 0$

(6) $m_{\mathrm{in}} = \frac{4}{\kappa} m_1$

(7) $T_{2,\mathrm{c}} = \frac{5\kappa}{(\kappa+4)} T_1$

(8) $T_{2,\mathrm{a}}$

［6］

(1) 略

(2) $\dfrac{s_3 - s_4'}{s_4'' - s_4'}$

(3) $h_4' + \dfrac{s_3 - s_4'}{s_4'' - s_4'}(h_4'' - h_4')$

(4) $(h_3 - h_4') - \dfrac{s_3 - s_4'}{s_4'' - s_4'}(h_4'' - h_4')$

(5) $h_3 - h_4'$

(6) $1 - \dfrac{s_3 - s_4'}{s_4'' - s_4'} \cdot \dfrac{h_4'' - h_4'}{h_3 - h_4'}$

(7) 低温熱源（復水器）での温度が一定で，高温熱源（ボイラ）の平均温度が高くなるため，熱効率は高くなる．

[7] 解答例

(1) $$\frac{Q}{A}$$

(2) $$\rho Q$$

(3) $$\frac{7}{18}\cdot\frac{\rho Q^2}{A^2}$$

(4) $$\frac{\rho Q^2}{A}\left(\frac{25}{18}-\frac{4}{3}\cos\theta\right)$$

(5) $$-\frac{4}{3}\cdot\frac{\rho Q^2}{A}\sin\theta$$

(6) $$\frac{\sqrt{601}}{18}\cdot\frac{\rho Q^2}{A}$$

［8］【解答例】

(1)

$$Q = -\frac{\pi r_0^4}{8\mu}\frac{dp}{dx}$$

(2)

$$u = 2u_0\left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)$$

(3)

$$E_{x=0} = \frac{1}{2}\rho u_0^2 Q$$

(4)

$$E_{x=L} = \rho u_0^2 Q$$

(5)

$$\frac{1}{2}\rho u_0^2$$