令和８年度（前期日程）
入学者選抜学力検査問題

数　　　　学　（120 分）

〔注意事項〕

1. 監督者の指示があるまで，問題冊子（この冊子）を開いてはいけません。
2. **解答用紙には受験番号を記入する欄がそれぞれ２箇所ずつあります。監督者の指示に従って，すべての解答用紙（合計４枚）の受験番号記入欄（合計８箇所）に受験番号を記入しなさい。**
3. **解答は，問題番号に対応する解答用紙の指定された場所に書きなさい。解答を解答用紙の裏面に書いてはいけません。**
4. 問題は全部で４問あり，２ページにわたって印刷されています。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば，手をあげて監督者に知らせなさい。
5. 問題冊子の白紙と余白は，下書きなどに使用してもよろしい。
6. **解答用紙は，持ち帰ってはいけません。**
7. 問題冊子と下書用紙は，持ち帰りなさい。

問題 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ のそれぞれに対する配点率は同一である。

$\boxed{\mathbf{1}}$ 3 次関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2x + 1$ を考える。α, β, γ は実数であり，$\alpha < \beta < \gamma$ であるとする。さらに，等式

$$f(x) = (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$$

は x についての恒等式であるとする。また，$A_n = \alpha^n + \beta^n + \gamma^n$ $(n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$ とおく。

(1) 不等式 $-1 < \alpha < 0,\ 0 < \beta < 1,\ 1 < \gamma$ を示せ。

(2) 3 つの実数 $\alpha + \beta + \gamma,\ \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha,\ \alpha\beta\gamma$ の値を求めよ。

(3) $n = 1, 2, 3, \cdots\cdots$ に対し，A_{n+3} を $A_n,\ A_{n+1},\ A_{n+2}$ を用いて表せ。

(4) $n = 1, 2, 3, \cdots\cdots$ に対し，A_n が整数であることおよび，3 つの整数 $A_n,\ A_{n+1},\ A_{n+2}$ をすべて割り切るような 2 以上の整数は存在しないことを示せ。

$\boxed{\mathbf{2}}$ t は実数であり，$t > 1$ であるとする。複素数 z は方程式 $|z - t| = 1$ を満たしながら動く。z の偏角を α と表す。

(1) 複素数 $z - t$ の偏角を θ と表す。$\sin\alpha$ を，t と θ を用いて表せ。

(2) $\sin\alpha$ のとり得る値の範囲は $-\dfrac{1}{t} \leqq \sin\alpha \leqq \dfrac{1}{t}$ であることを示せ。

(3) $\sin\alpha = \dfrac{1}{t}$ であるときの z の虚部を $f(t)$ と表す。極限 $\displaystyle\lim_{s \to 1+0} \int_s^2 f(t)\,dt$ を求めよ。

（以下余白） ［前期］

3 以下の問いに答えよ。

(1) 実数全体で定義された関数 $f(x)=\dfrac{e^{4x}-e^2}{e^{3x}+e^{x+1}}$ を考える。

(i) 実数 s,t があり，等式 $f(x)=se^x+te^{-x}$ がすべての実数 x に対して成り立っているとする。このとき，s,t の組を一組求めよ。

(ii) 定積分 $\displaystyle\int_{\log 2}^{\log 4} xf(x)\,dx$ を求めよ。

(2) 定積分 $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{6}} \cos 2x \sin^2 3x\,dx$ を求めよ。

4 N は 3 以上の自然数とする。カードが $2N$ 枚あり，それぞれのカードには 1 から $2N$ までの $2N$ 個の自然数のうち 1 つだけが書いてあり，異なるカードに書かれている自然数は異なるとする。それらは，書かれた自然数が小さいものから順に左から右に並んでいる。各カードについて，そのカードが左から k 番目 $(k=1,2,3,\cdots\cdots,2N)$ にあるとき，そのカードの位置は k であるという。

以下の 2 つの操作を行う。ただし第 2 の操作は，第 1 の操作の結果として得られたカードの配置に対して行うものとする。

> 第 1 の操作では，$2N$ 枚すべてのカードから無作為に 1 枚のカードを選び，そのカードの位置を m $(1\leqq m\leqq 2N)$ とおく。$m\neq 1$ の場合は，位置が m の選ばれたカードと位置が 1 のカードを入れ替え，$m=1$ の場合は何もしない。

第 1 の操作を行った後で，位置が $1,2,3,\cdots\cdots,N$ である N 枚のカードのうち，書かれた自然数が最小のものの位置を X とおき，最大のものの位置を Y とおく。

> 第 2 の操作では，$2N$ 枚すべてのカードから無作為に 1 枚のカードを選び，そのカードの位置を n $(1\leqq n\leqq 2N)$ とおく。$n\neq 2N$ の場合は，位置が n の選ばれたカードと位置が $2N$ のカードを入れ替え，$n=2N$ の場合は何もしない。

第 2 の操作を行った後で，位置が $N+1,N+2,N+3,\cdots\cdots,2N$ である N 枚のカードのうち，書かれた自然数が最小のものの位置を Z とおく。

(1) $Y=1$ である確率 p_1 を求めよ。

(2) $X=2$ である確率 p_2 を求めよ。また，$X=2$ であるという条件のもとで $Y=1$ である条件付き確率 q を求めよ。

(3) $Z=N+2$ である確率 p_3 を求めよ。

（問題終り）

（以下余白）　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　［前期］