

2025 年度シラバス

科目分類/Subject Categories			
学部等/Faculty	/工 芸 学 部 : /School of Science and Technology	今年度開講/Availability	/有 : /Available
学域等/Field	/設 計 工 学 域 : /Academic Field of Engineering Design	年次/Year	/4 年次 : /4th Year
課程等/Program	/専門基礎科目 : /Specialized Foundational Subjects	学期/Semester	/後学期 : /Second term
分類/Category	/数学 : /Mathematics	曜日時限/Day & Period	/木 2 : /Thu.2

科目情報/Course Information				
時間割番号 /Timetable Number	12024203			
科目番号 /Course Number	12061162			
単位数/Credits	2			
授業形態 /Course Type	講義 : Lecture			
クラス/Class	pa			
授業科目名 /Course Title	数理応用解析 : Mathematical Analysis and its Applications			
担当教員名 / Instructor(s)	/武石 拓也 : TAKEISHI Takuya			
その他/Other	インターンシップ実施科目 Internship	国際科学技術コース提供科目 IGP	PBL 実施科目 Project Based Learning	DX 活用科目 ICT Usage in Learning
	実務経験のある教員による科目 Practical Teacher			
科目ナンバリング /Numbering Code	B_PS4310			

授業の目的・概要 Objectives and Outline of the Course	
日	本科目では関数解析の基礎を学ぶ。関数解析は、関数全体を空間として扱い、関数空間を線形代数や極限操作などを通じて調べる解析学である。講義の前半では縮小写像の原理を学習し、応用として常微分方程式の解の存在と一意性の定理を証明する。講義の後半に学習するヒルベルト空間論は、フーリエ変換・フーリエ級数展開のより深い理解に役立つ。
英	In this class, students will study basics of functional analysis. We treat the set of functions as spaces, and study it via linear algebra and limits of sequences of functions. In the first half of this course, students will study contraction mapping theorem, and the proof of local existence and uniqueness theorem for solutions of ODEs as its application. In the latter half, students will study the theory of Hilbert spaces, which contributes better understanding of Fourier series and Fourier transformations.

学習の到達目標 Learning Objectives	
日	抽象ベクトル空間の扱いに習熟し、バナッハ空間・ヒルベルト空間の定義を理解する。 関数列の種々の極限について理解する。 ヒルベルト空間に関する基礎的事項を理解する。 ヒルベルト空間上の線形作用素についての基礎的事項を理解する。 線形作用素の固有値とスペクトルについて理解する。
英	To acquire theories of abstract vector spaces, and to understand definitions of Banach spaces and Hilbert spaces. To understand limits of sequences of functions. To understand basic theories of Hilbert spaces. To understand basic theories of linear operators on Hilbert spaces. To understand eigenvalues and spectrum of linear operators.

学習目標の達成度の評価基準 / Fulfillment of Course Goals (JABEE 関連科目のみ)	
日	<p>基礎的事項をよく理解して、応用的な問題で正解を与える能力が認められる。</p> <p>基礎的事項を一応理解して、基本的な計算問題で正解を与える能力が認められる。</p> <p>基礎的事項の理解が断片的で、基本的な計算問題で正解に到達できない。</p> <p>基礎的事項を理解していない。</p>
英	<p>Student has well understood basic items, and is deemed to have ability to provide correct answers to applied problems.</p> <p>Student has understood basic items, and is deemed to have ability to provide correct answers to basic calculations.</p> <p>Student has understood basic items only in fragments, and cannot reach correct answers to basic calculations.</p> <p>Student has not understood basic items.</p>

授業計画項目 Course Plan			
No.		項目 Topics	内容 Content
1	日	線形代数からの準備	講義の概要, ベクトル空間
	英	Preparation from linear algebra	Introduction, Vector space
2	日	バナッハ空間 (1)	ノルム空間, 完備性, バナッハ空間
	英	Banach space (1)	Normed space, Completeness, Banach space
3	日	バナッハ空間 (2)	縮小写像の原理、連立一次方程式の反復解法
	英	Banach space (2)	Contraction mapping theorem, Iterative methods for solving systems of linear equations
4	日	バナッハ空間 (3)	常微分方程式の解の存在と一意性
	英	Banach space (3)	Local existence and uniqueness theorem for solutions of ODEs
5	日	バナッハ空間 (4)	ルベーグ積分, 近似定理
	英	Banach space (4)	Banach space (4)
6	日	ヒルベルト空間 (1)	内積空間, ヒルベルト空間, 強収束, 弱収束
	英	Hilbert space (1)	Inner product space, Hilbert space, strong and weak convergence
7	日	ヒルベルト空間 (2)	直交補空間, 直交分解定理
	英	Hilbert space (2)	Orthogonal complements, Orthogonal decomposition theorem
8	日	ヒルベルト空間 (3)	正規直交系, 完全正規直交系, 正規直交基底, パーセヴァルの等式
	英	Hilbert space (3)	Orthonormal systems, Complete orthonormal systems, Orthonormal basis, Parseval's identity
9	日	ヒルベルト空間上の作用素 (1)	有界線形作用素の定義と例
	英	Operators on Hilbert space (1)	Definition and examples of bounded linear operators
10	日	ヒルベルト空間上の作用素 (2)	作用素ノルム
	英	Operators on Hilbert space (2)	Operator norm
11	日	ヒルベルト空間上の作用素 (3)	逆作用素, ノイマン級数, コンパクト作用素
	英	Operators on Hilbert space (3)	Inverse operators, Neumann series, Compact operators
12	日	ヒルベルト空間上の作用素 (4)	射影作用素, 共役作用素, 自己共役作用素, ユニタリ作用素
	英	Operators on Hilbert space (4)	Projections, Adjoint operators, Self-adjoint operators, Unitary operators
13	日	スペクトルと固有値 (1)	スペクトルと固有値
	英	Spectrum and eigenvalues (1)	Spectrum and eigenvalues of operators on Hilbert spaces
14	日	スペクトルと固有値 (2)	固有関数の計算例, コンパクト作用素のスペクトル分解
	英	Spectrum and eigenvalues (2)	Examples of calculations of eigenfunctions, Spectral decomposition of compact operators on Hilbert spaces
15	日	スペクトルと固有値 (3)	スペクトル分解定理の証明

	英	Spectrum and eigenvalues (3)	Proof of spectral decomposition theorem
--	---	------------------------------	---

履修条件 Prerequisite(s)	
日	「基礎解析 I, II」, 「線形代数学 I, II」の知識を前提とする。「解析学 I, II」「応用数理」を履修済みであることが望ましい。
英	This course requires knowledge treated in the lectures "Basic Calculus I, II" and "Linear Algebra I, II". It is advisable that students have learned the lectures "Calculus I, II" and "Mathematics for Application".

授業時間外学習（予習・復習等） Required study time, Preparation and review	
日	授業では、新しい概念・用語・記号が毎回現れるので、必ず自筆のノートを取り復習を行うこと。各授業の内容を理解するためには、自主学習として復習・演習を2時間以上行う必要がある。
英	Each lecture includes new notions, terminologies and notations. To learn them effectively, each student is strongly encouraged to take handwritten notes by oneself and review them after the lecture. Each lecture requires more than 2 hours for review and exercise.

教科書／参考書 Textbooks/Reference Books	
日	教科書： 「数学のとびら 関数解析 基本と考え方」 竹内慎吾，裳華房 講義は教科書の章立て通りに進行するわけではなく、適宜順番を変更する。第12回以降は別途配布する資料に基づいて解説する。
英	Textbook: "Suugaku no Tobira, Kansuu Kaiseki, Kihon to Kangaekata" Shingo Takeuchi, Shokabo

成績評価の方法及び基準 Grading Policy	
日	期末試験(50%)および講義時間中の課題(50%)により評価する。
英	The grades will be based on the results of the final exam (50%) and assignments (50%).

留意事項等 Point to consider	
日	<ul style="list-style-type: none"> レポートは、文章を引用する際は、引用箇所が明確にわかるようにし、出典を記載すること。度を超えた引用は慎むこと。引用部分は誤字を含めて改変しないこと。 他人が作成したレポートを自分が作成したとして提出しないこと
英	You are required to clarify citations in your reports. You cannot submit reports written by other people as your reports.